**«Изучение степени с рациональным показателем**

**в профильных класса»**

**Автор: Юсупов Олег Шухратович**

Простейшие математические выражения стали известны людям в древние времена. В то же время постоянно совершенствуются как сами операции, так и их запись на том или ином носителе. В частности, в Древнем Египте, чьи ученые внесли значительный вклад, как в развитие элементарной арифметики, так и за создание основ алгебры и геометрии, мы заметили, что когда умножение числа на одно и то же число происходит много раз, требуется огромное количество ненужных усилий. Более того, такая операция привела к значительным финансовым затратам: согласно тогда применимым настройкам для проектирования любых записей, каждое действие с номером должно быть описано подробно. Если мы помним, что даже самый простой папирус стоил очень внушительной суммы денег, то это не должно удивлять усилия, предпринятые египтянами для выхода из этой ситуации.

Решение было найдено знаменитым Диофантом Александрийским, который придумал специальный математический знак, который начал показывать, сколько раз нужно умножить тот или иной номер сам по себе. Впоследствии известный французский математик Р. Декарт усовершенствовал написание этого выражения, предположив, что при обозначении мощности чисел просто назначьте его в верхнем правом углу над основным номером. Последним аккордом в написании степени чисел была деятельность неизвестного Н. Шюк, который впервые ввел отрицательную, а затем нулевую степень в научную революцию. Что означает фраза «построить градус»? Начнем с того, что необходимо понимать, что само возведение в степень является одной из важнейших двоичных математических операций, суть которой заключается в многократном умножении числа на себя.

Известно, что множество рациональных чисел состоит из целых и дробных чисел, и каждое дробное число может быть представлено как положительная или отрицательная обычная дробь.

Рассмотрим степень с дробным показателем вида а$\frac{m}{n}$ . Чтобы, сохраняло силу свойство степени в степени, должно выполняться равенство $\left(a\_{n}^{m}\right)^{n}=a\_{n}^{mn}=a^{m}$. Если учесть полученное равенство $\left(a\_{n}^{m}\right)^{n}=a^{m}$ и то, как мы определили [корень n–ой степени](http://www.cleverstudents.ru/roots/roots.html), то логично принять $a\_{n}^{m}=\sqrt[n]{a^{m}}$ при условии, что при данных *m*, *n* и *а* выражение $\sqrt[n]{a^{m}}$ имеет смысл.

Нетрудно проверить, что для $a\_{n}^{m}=\sqrt[n]{a^{m}}$ справедливы все свойства мощности с целочисленным показателем (это делается в разделе свойств мощности с рациональным показателем).

Приведенные рассуждения позволяют сделать следующий **вывод**: если при данных *m*, *n* и *а* выражение $\sqrt[n]{a^{m}}$  имеет смысл, то степенью числа *а* с дробным показателем *m/n* называют корень *n*–ой степени из *а* в степени *m*.

Это утверждение приближает нас к определению мощности с дробным показателем. Остается только записать, для которого m, n и a значение выражения $\sqrt[n]{a^{m}}$ имеет смысл. В зависимости от ограничений, налагаемых на m, n и a, существуют два основных подхода [1, c.268].

Проще всего наложить ограничение на *а*, приняв *а≥0* для положительных *m* и *а>0* для отрицательных *m* (так как при *m≤0* степень *0m* не определена). Тогда мы получаем следующее определение степени с дробным показателем.

*Определение.*

**Степенью положительного числа *а* с дробным показателем *m/n***, где *m* – целое, а *n* – натуральное число, называется корень *n*–ой из числа *а* в степени *m*, то есть, $a\_{n}^{m}=\sqrt[n]{a^{m}}$.

Также определяется дробная степень нуля с той лишь оговоркой, что показатель должен быть положительным.

*Определение.*

**Степень нуля с дробным положительным показателем *m/n***, где *m* – целое положительное, а *n* – натуральное число, определяется как $0\_{n}^{m}=\sqrt[n]{0^{m}=0.}$
При $\frac{m}{n}<0$степень $0\_{n}^{m}$ не определяется. Степень нулевого числа с дробным отрицательным показателем не имеет смысла.

Следует отметить, что при таком определении мощности с дробным индексом существует один нюанс: для некоторого отрицательного а и некоторого т и п выражение $\sqrt[n]{a^{m}}$ имеет смысл, и мы отбросили эти случаи на введя условие a≥0. Например, имеет смысл написать $\sqrt[3]{(-5)^{2}, \sqrt[7]{(-1,2)^{5}} или \sqrt[4]{(-\frac{1}{2})^{-8}}}$ и приведенное выше определение заставляет нас сказать, что степени дробных показателей вида $(-5)^{\frac{2}{3}}, (-1,2)^{\frac{5}{7}}, (-\frac{1}{2})^{-\frac{8}{4}}$ не имеют смысла, так как земля не должна быть отрицательной [3].

Другой подход к определению мощности с дробным показателем m / n состоит в том, чтобы отдельно рассматривать четные и нечетные корневые индексы $\sqrt[n]{a^{m}}$. Этот подход требует дополнительного условия: степень числа а, показателем которого является аннулируемая обычная дробь, считается степенью а, показателем которой является соответствующая неприводимая дробь (важность этого условия будет объяснена ниже). То есть, если m / n - неприводимая дробь, то для любого натурального k степень $a^{\frac{mk}{nk}}$ предварительно заменяется на $a^{\frac{m}{n}}$.

Для четного n и положительного m выражение $\sqrt[n]{a^{m}}$ имеет смысл для любого неотрицательного a (корень четной степени от отрицательного числа не имеет смысла), для отрицательного m число a должно быть все еще отличным от нуля (иначе деление на ноль будет). А для нечетного n и положительного m число a может быть любым (корень нечетной степени определен для любого действительного числа), а для отрицательного m число a должно отличаться от нуля (так что нет деления на ноль) [2].

Вышеприведенное рассуждение приводит нас к такому определению мощности с дробным показателем.

Итак, мы определяем степень положительного числа a с дробным показателем m / n как $\sqrt[n]{a^{m}}$, мы не имеем никакого смысла для отрицательных записей $a^{\frac{m}{n}}$ мы определяем степень от нуля для положительных дробных показателей m / n при $0^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{0^{m}=0}$, степень отрицательного числа не определена для отрицательных дробных показателей [3].

Новое определение степени с рациональным показателем не противоречит старому определению степени с естественным показателем, т. Е. Значение нового определения степени с рациональным показателем сохраняется для частного случая степени с естественным показатель. Этот принцип, наблюдаемый в обобщении математических понятий, называется принципом постоянства (сохранения, постоянства). В несовершенной форме он был выражен в 1830 году английским математиком Дж. Пикоком, он был полностью и ясно установлен немецким математиком Г. Ханкелем в 1867 году. Принцип постоянства также наблюдается в обобщении понятия числа и его расширение к понятию действительного числа и до введения понятия умножения на дробь и т. д. [1].

 **Список использованной литературы:**

1. Мордкович, А.Г., И.М. Смирнова. Математика–10 (базовый уровень). – 8–е изд., стер. – М.: 2013. – 431 с.
2. Никольский, М.К. Алгебра и начала анализа: Учеб. Для 10 класса общеобразовательных учреждений. – 8–е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 430 с.8
3. Решетников, Н.Н. Степень с рациональным показателем: М. Педагогический университет «Первое сентября», 2006, с1.