**«Красивая» многофигурная стереометрическая задача, как исследовательская работа.**

Геометрия в целом, как метод научного познания, способствует развитию мышления, формирует навыки дедуктивных рассуждений. Основным методом решения геометрических задач на вычисление и доказательство следует считать аналитический метод, имеющий две разновидности: метод поэтапного решения, который заключается в том, что последовательно вычисляются объемы в комбинации правильных тел, выраженные через одну из известных величин.

Геометрические задачи настолько разнообразны, что невозможно дать указания к решению всех задач. На мой взгляд красивая и интересная задача, которая не встречаются в школьном курсе геометрии рассматривается с этой статье. Но для их решения не требуется сложных рассуждений и дополнительных знаний. Данная задача считается многофигурной, так как в ней рассматривается комбинация трёх тел. В данной задаче показана «красивая связь» объемов в комбинации трех геометрических тел.

**Задача.** Если в сферу вписать равносторонний цилиндр и равносторонний конус, то объем цилиндра будет равен среднему геометрическому между объемами сферы (шара) и конуса. Даже для вписанной в равносторонний цилиндр и равносторонний конус сферы это равенство сохраняется. Разве не интересный факт! На языке формул это выглядит так: Vц=$\sqrt{Vш∙Vк.} $ Наше исследование будет заключаться в проверке этого равенства.

**Решение**

1. Докажем равенство для вписанных в сферу цилиндра и конуса.



Для доказательства достаточно сделать осевые сечения комбинации наших «круглых тел».

 Выразим каждый из объемов через радиус сферы. Сама формула, связывающая эти объемы интересный факт.

Вводим обозначения

*R-радиус шара*

*H-высота конуса*

*h-высота цилиндра*

*x-радиус конуса*

*c–сторона квадрата*

*a–сторона правильного треугольника*

1. *a=*R$\sqrt{3}$ *c=* R$\sqrt{2}$

х=$\frac{1}{3 }$πх2H x= $\frac{a}{2 } $=$ \frac{R\sqrt{3}}{2 }$

H= $\sqrt{a^{\begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}-\left(\frac{a}{2}\right) ^{\begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}}$ =$\frac{a\sqrt{3}}{2 }$

Vк = $\frac{1}{3 }$π($\frac{a }{2})$2$\frac{a\sqrt{3}}{2 }$ = π*а*3$\frac{\sqrt{3}}{24 }$ = $\frac{1}{3 }$π$ \frac{(R\sqrt{3})^{3} \sqrt{3 }}{24}$ = $\frac{3}{8 }$π *R*3

Vш = $\frac{4}{3 }$π *R*3

*Vц=πr2h=*$π\left(\frac{c}{2}\right) ^{\begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}∙ $c=$ \frac{πc^{3}}{4}$ =$\frac{π(R\sqrt{2})^{3} }{4}$ = $\frac{πR^{3}2\sqrt{2} }{4}= \frac{πR^{3}\sqrt{2} }{2}$

$\sqrt{Vш∙Vк}$ = $ \sqrt{\frac{4πR^{3}∙3πR^{3}}{3∙8}} $=$\frac{πR^{3}\sqrt{2}}{2}$

*Vц=* $\sqrt{Vш∙Vк}$

1. Докажем равенство для описанных около шара тел



H=3R (Высота в правильном треугольнике является медианой и делится в отношении 2:1 считая от вершины)

*a*= $\sqrt{3R^{\begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}+\left(\frac{a}{2}\right) ^{\begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}}$

$$a^{ \begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}- \frac{1}{4 }a^{ \begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}= 9R^{\begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}$$

$$a^{ \begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}= 12R^{\begin{array}{c}2 \\ \\ \end{array}}$$

*a=*$2\sqrt{3}$ R

Vк=$\frac{1}{3 }$πх2H

Vк=$\frac{1}{3 } $π(R$\sqrt{3})$2H $∙3R=3πR^{3}$

 Vш = $\frac{4}{3 }$π *R*3

*c=2R, h= 2R*

 Vц = πR2 h

Vц = πR2 $∙2R=2πR^{3}$

$\sqrt{Vш∙Vк}$ *=*$\sqrt{\frac{4πR^{3}∙3πR^{3}}{3}}$*=*$2πR^{3}$*=* *Vц*

В своей работе мы еще раз обратились к «круглым геометрическим телам» или телам вращения, рассмотрели их осевые сечения, формулы для вычисления объемов этих тел. Кроме того мы убедились, что в комбинации этих тел получаются красивые формулы зависимости их объемов. Мы доказали, что формула, связывающая три объема Vц $=\sqrt{Vш∙Vк}$ шара (сферы) сохраняется как для вписанных в нее тел, так и для или описанных. Даже в формуле называется понятие среднего геометрического! Так и хочется закончить немного перефразированными словами А.С. Пушкина: О, сколько нам открытий чудных

 Готовит просвещенья дух…

Основными источниками для решения задачи служат учебники геометрии учебник геометрии Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцева, Л.С. Киселевой, Э.Г. Поздняка и методическое пособие для студентов И.С. Безверхней. В них изложены основные теоретические основы курса стереометрии.

В методичке И.С. Безверхней даны теоремы для обоснования построения стереометрических фигур и методы их правильного изображения. Кроме того, рассмотрены некоторые случаи решения многофигурных стереометрических задач на комбинацию многогранников, предложены задачи для решения.